
ELMÉLETI FIZIKA/ELEKTRODINAMIKA
Vizsgakérdések (2009 őszi félév)

1.) A **Maxwell-egyenletek** és az elektrodinamika felosztása. Töltésmegmaradás. A **Laplace-egyenlet** megoldása Descartes és gömbi koordinátarendszerben. A Legendre polinomok. Az elektrosztatika egyértelműsége. Az elektrosztatikus tükrözés (sík-, gömb- és hengeres tükrözés).

2.) **Sztatikus polarizációs** jelenségek. A pontszerű dipólus elektromos tere. Elektromos dipólus inhomogén elektrosztatikus térben. A dielektromos polarizáció jelensége, a polarizációs vektor, az elektromos eltolás vektora, határfeltételek. A mágneses polarizáció, a „mágnesezettségi" vektor, a mágneses térerősség, határfeltételek A mágneses hiszterézis.

3.) A **stacionárius (elektromos) áramlási tér,** az elektromos ellenállás. Kiegyenlítődési folyamatok. Az áramsűrűség határfeltételei, felületi töltések. Az Ohm-törvény és a Drude-modell.

4.) **Stacionárius áramok** (áramsűrűségek) mágneses tere. A vektorpotenciál, mértéktranszformáció. Áramjárta vezetők mágneses tere, a Biot-Savart-törvény. A mágneses dipólus és mágneses tere.

5.) **Az elektromágneses tér energiája.** Energia-mérleg egyenlet és a Poynting-vektor. Az impulzus-mérleg egyenlet és a Maxwell-féle feszültség tenzor. Az elektromágneses tér energiája anyagi közeg jelenléte esetén.

6.) Vezető felületekből álló elrendezés elektrosztatikus vizsgálata. **Kapacitás** együtthatók, potenciál együtthatók. Erőhatások. Áramhurkokból álló stacionárius rendszer vizsgálata. Az **indukciós** együtthatók.

7.) **Elektromágneses hullámok** vákuumban. Az elektromágneses síkhullám szerkezete. Energia és impulzus transzport (Poynting vektor). Az inhomogén elektromágneses hullámegyenletek. Lorentz-mérték.

8.) Az elektromos **dipólus sugárzása.** Az inhomogén hullámegyenletek megoldása „Green-függvényes technikával". A skalár és a vektorpotenciálra vonatkozó inhomogén hullámegyenlet integrál alakban való megoldása. Avanzsált és retardált potenciálok.

9.) A **Hertz-dipólus** és a **Hertz-vektor** bevezetésének az előnyei. A Hertz-féle inhomogén hullámegyenlet és a megoldása. Pontszerű dipólus hullámtere. A kisugárzott átlagteljesítmény. A Larmor-formula.

10.) Elektromágneses **hullámok anyagi közegben**. Hullámterjedés lineáris nem mágneses anyagokban. Rossz és jó vezető anyagok optikai tulajdonságai, a behatolási mélység. Dinamikus dielektromos tulajdonságok klasszikus mikrofizikai (oszcillátor) modellje. A Rayleigh és a Thomson-szórás.

11.) A Galilei-féle relativitási elv és a Galilei transzformáció. Az Einstein-féle relativitási elv és a Lorentz transzformáció. A „négyes kalkulus" szerepe és jelentősége a Speciális Relativitás elméletben. Nevezetes invariáns skalárok. A kinematika négyesvektorai, sebességösszeadás. A négyeserő. A négyes impulzusvektor. A Newton-mozgásegyenlet általánosítása, kovariáns mechanika. A „nulladik komponens" és a „tömeg-energia ekvivalencia".

12.) A **Maxwell egyenletek kovariáns alakban.** Négyespotenciál, térerősség tenzor, mértékinvariancia. A kontinuitási egyenlet. Az **inhomogén hullámegyenlet** kovariáns alakban. Az elektromos térerősség (hármas) vektor és a mágneses indukció (hármas) vektor transzformációja. Egyenletes sebességgel mozgó töltés elektromágneses tere.

-- – ------------

KÉPLETGYŰJTEMÉNY

$$\Phi=\frac{4\pi}{(2\pi)^3}\int_0^\infty\frac{\sin x}{x}dx=\frac{1}{4\pi r}\qquad \Phi''=-m^2\Phi\qquad \frac{1}{\sin\vartheta}\frac{d}{d\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{d\Theta}{d\vartheta}\right)+\left(A-\frac{m^2}{\sin^2\vartheta}\right)\Theta=0$$

$$P_l^{|m|}(\cos\vartheta)=(\sin\vartheta)^m\frac{\partial^{|m|}}{\partial(\cos\vartheta)^{|m|}}P_l(\cos\vartheta)\qquad \int_{-1}^{+1}P_l(z)P_m(z)dz=\frac{2}{2l+1}\delta_{lm}$$

$$\nabla(\Psi\nabla\Psi)=(\nabla\Psi)^2+\Psi\Delta\Psi\qquad Q'=Q\frac{R}{D}\qquad t=\frac{R^2}{D}\qquad \Phi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\vec{p}\nabla\frac{1}{r}$$

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r}-\vec{p}r^2}{r^5}\right]\qquad \sigma=\frac{nq^2\tau}{m}\qquad \rho(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},0)\cdot\exp\left\{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t\right\}$$

$$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}\qquad \vec{E}=-\nabla\Phi-\dot{\vec{A}}\qquad \vec{A}'=\vec{A}+\nabla\chi\qquad \Phi'=\Phi-\dot{\chi}$$

$$\nabla\vec{A}+\frac{1}{c^2}\dot{\Phi}=0\qquad \Delta\chi-\frac{1}{c^2}\ddot{\chi}=0$$

$$\Delta\vec{A}=-\mu_0\vec{j}\qquad \Delta G=-4\pi\delta(\vec{r}-\vec{r}')\qquad \vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV'\qquad \vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{j}(\vec{r}')\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}dV'$$

$$\vec{m}=\frac{1}{2}\int\vec{r}'\times\vec{j}dV'\qquad \vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{r}}{r^3}\qquad \partial_t w+\nabla\vec{S}=-\vec{j}\vec{E}\qquad \partial_t(w+W_k)+\nabla\vec{S}=0$$

$$\partial_t\left(\frac{1}{c^2}S_i\right)-\partial_j T_{ij}^M=-f\qquad T_{ij}^e=\varepsilon_0\left(E_iE_j-\frac{1}{2}E^2\delta_{ij}\right)\qquad T_{ij}^m=\frac{1}{\mu_0}\left(B_iB_j-\frac{1}{2}B^2\delta_{ij}\right)$$

$$\vec{S}=\vec{g}c^2\qquad \int_V(\vec{P}+\vec{g})dV=\acute{a}lland\acute{o}\qquad W^e=\frac{1}{2}\Phi_jQ_j\qquad Q_i=c_{ij}\Phi_j\qquad \Phi_i=p_{ij}Q_j$$

$$F_k\delta_k=-\frac{1}{2}Q_jd\Phi_j=+\frac{1}{2}\Phi_jdQ_j\qquad W^m=\frac{1}{2}I_j\Psi_j\qquad \Psi_i=L_{ij}I_j$$

$$F_k\delta_k=-\frac{1}{2}\Psi_jdI_j=+\frac{1}{2}I_jd\Psi_j\qquad \left\langle\vec{S}\right\rangle_T=\mathrm{Re}\frac{1}{2\mu_0}\breve{\vec{E}}\times\breve{\vec{B}}^*\qquad \nabla\vec{A}+\frac{1}{c^2}\dot{\Phi}=0$$

$$\Delta\vec{A}-\frac{1}{c^2}\ddot{\vec{A}}=-\mu_0\vec{j}\qquad \Delta\Phi-\frac{1}{c^2}\ddot{\Phi}=-\frac{1}{\varepsilon_0}\rho\qquad (\Delta-k^2)\tilde{\Psi}=-\tilde{f}$$

$$(\Delta-k^2)\cdot G_k(\vec{r},\vec{r}')=-\delta(\vec{r}-\vec{r}')\qquad G_k=\frac{1}{4\pi R}\exp\{\pm ikR\}\qquad \Psi(\vec{r},t)=\frac{1}{4\pi}\int\frac{f(\vec{r}',[t])}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV'$$

$$\vec{A}=\frac{1}{c^2}\dot{\vec{Z}}\qquad \Phi=-\nabla\vec{Z}\qquad \rho=-\nabla\vec{P}_H\qquad \vec{j}=\dot{\vec{P}}_H\qquad \Delta\vec{Z}-\frac{1}{c^2}\ddot{\vec{Z}}=-\frac{1}{\varepsilon_0}\vec{P}_H$$

$$\vec{Z}'=\vec{Z}+\nabla\varsigma\qquad \Delta\varsigma-\frac{1}{c^2}\ddot{\varsigma}=\acute{a}lland\acute{o}\qquad \vec{E}=\nabla\times(\nabla\times\vec{Z})\qquad \vec{B}=\frac{1}{c^2}\frac{d}{dt}(\nabla\times\vec{Z})$$

$$\vec{Z} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{[\vec{p}]}{r} \qquad \nabla\cdot[\vec{a}] = -\frac{1}{c}\vec{e}_r\cdot[\vec{a}] \qquad \nabla\times[\vec{a}] = -\frac{1}{c}\vec{e}_r\times[\vec{a}] \qquad \vec{E} = c\vec{B}\times\vec{e}_r$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{1}{c}\cdot\frac{\vec{e}_r\times[\ddot{\vec{p}}]}{r} \qquad \mathsf{P} = \frac{d}{dt}\mathsf{E} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0 c^3}\left[\ddot{\vec{p}}^{\,2}\right] \qquad \langle\mathsf{P}\rangle = \frac{p_0^2\omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$

$$\Delta\vec{E} = \mu_0\varepsilon\ddot{\vec{E}} + \mu_0\sigma\dot{\vec{E}} \qquad \Delta\vec{E} + \left(\omega^2\mu_0\varepsilon + i\omega\mu_0\sigma\right)\vec{E} = 0 \qquad \vec{E} = \vec{E}_0\exp\{\vec{k}\vec{r} - \omega t\}$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon_r + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right) \qquad \sqrt{x+iy} = u + iv \;\rightarrow\; u = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{2}} \qquad v = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2+y^2}-x}{2}}$$

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3}r_0^2 \qquad r_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2} \qquad \sigma_R = \sigma_T\frac{\omega^4}{\left(\omega^2-\omega_0^2\right)^2 + 4\alpha^2\omega^2}$$

$$n' = 1 - \frac{Ne^2}{4m\varepsilon_0\omega_0}\cdot\frac{\omega-\omega_0}{(\omega-\omega_0)^2 + 4\alpha^2} \qquad n'' = \frac{Ne^2}{8m\varepsilon_0\omega_0^2}\cdot\frac{1}{(\omega-\omega_0)^2 + 4\alpha^2}$$

$$\vec{P}(\omega) = \frac{Ne^2}{m}\cdot\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega}\vec{E}(\omega) \qquad \vec{P}(\omega) = \varepsilon_0\cdot\chi(\omega)\cdot\vec{E}(\omega)$$

$$\chi(t-t') = \begin{cases} = 0 \text{ ha } t < t' \\ \neq 0 \text{ ha } t > t' \end{cases} \qquad \tilde{\omega} \cong \pm\omega_0 + i\frac{1}{2}\Gamma$$

$$\chi(\omega) = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\left(\tilde{\omega}+\omega_0+i\frac{1}{2}\Gamma\right)\left(\tilde{\omega}-\omega_0+i\frac{1}{2}\Gamma\right)} \qquad \chi(t) = -\frac{Ne^2}{m}\cdot\exp\left\{-\frac{\Gamma}{2}t\right\}\cdot\sin\omega_0 t$$

$$\mathrm{Re}\{\chi(\omega)\} = \frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{Im}\{\chi(\omega')\}}{\omega'-\omega}d\omega' \qquad \mathrm{Im}\,e\{\chi(\omega)\} = \frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{Re}\{\chi(\omega')\}}{\omega'-\omega}d\omega'$$

$$\beta \equiv \frac{u}{c} \qquad \Gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \alpha_i^{i'} \equiv \begin{bmatrix} \Gamma & -\beta\Gamma & 0 & 0 \\ -\beta\Gamma & \Gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$F_{ij} \equiv \begin{bmatrix} 0 & \frac{+E_x}{c} & \frac{+E_y}{c} & \frac{+E_z}{c} \\ \frac{-E_x}{c} & 0 & -B_z & +B_y \\ \frac{-E_y}{c} & +B_z & 0 & -B_x \\ \frac{-E_z}{c} & -B_y & +B_x & 0 \end{bmatrix} \qquad F_{ij} = \partial_i A_j - \partial_j A_i \qquad G^{ij} = \frac{1}{2}\varepsilon^{ijkl}F_{kl}$$

$$\partial_i \equiv \frac{\partial}{\partial x^i} \qquad K^i \equiv qu_j F^{ij} \qquad \partial_i A^i = 0 \qquad \partial_j\partial^j A^i = \mu_0 j^i$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\gamma\frac{x-vt}{\left[\gamma^2(x-vt)^2+y^2+z^2\right]^{3/2}} \qquad E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\gamma\frac{y}{\left[\gamma^2(x-vt)^2+y^2+z^2\right]^{3/2}}$$

$$E' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}E \qquad B' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}B \qquad \omega' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\omega$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\mathsf{P}}+\vec{g}\right)-\nabla\underline{\underline{T}}^{M}=0 \qquad \frac{\partial}{\partial t}\left(\mathsf{E}_k+w\right)+\nabla\vec{S}=0 \qquad \partial_i T^{ij}=0$$

$$T^{ij} \equiv \begin{bmatrix} w & \frac{S_x}{c} & \frac{S_y}{c} & \frac{S_z}{c} \\ cg_x & -T^M_{xx} & -T^M_{xy} & -T^M_{xz} \\ cg_y & -T^M_{yx} & -T^M_{yy} & -T^M_{yz} \\ cg_z & -T^M_{zx} & -T^M_{zy} & -T^M_{zz} \end{bmatrix} \qquad T^{ij} = \frac{1}{\mu_0}\left(g^{il}F_{lk}F^{kj}+\frac{1}{4}g^{ij}F_{lk}F^{lk}\right)$$

$$K^i = \partial_j T^{ij} \qquad K^i \equiv \left(\frac{\gamma}{c}\vec{F}\vec{v},\ \gamma\vec{F}\right) \qquad K^j u_j = 0$$