
ELMÉLETI FIZIKA/ELEKTRODINAMIKA
Vizsgakérdések (2010 őszi félév)

- 1.) A **Maxwell-egyenletek** és az elektrodinamika felosztása. Töltésmegmaradás. A **Laplace-egyenlet** megoldása Descartes és gömbi koordinátarendszerben. A Legendre-polinomok. Az elektrosztatika egyértelmősége. Az elektrosztatikus tükrözés (sík-, gömb- és hengeres tükrözés).
- 2.) **Sztatikus polarizációs** jelenségek. A pontszerű dipólus elektromos tere. Elektromos dipólus inhomogén elektrosztatikus térben. A dielektromos polarizáció jelensége, a polarizációs vektor, az elektromos eltolás vektora, határfeltételek. A mágneses polarizáció, a „mágnesezettségi” vektor, a mágneses térerősség, határfeltételek A mágneses hiszterézis.
- 3.) A **stacionárius (elektromos) áramlási tér**, az elektromos ellenállás. Kiegyenlítődési folyamatok. Az áramsűrűség határfeltételei, felületi töltések. Az Ohm-törvény és a Drude-modell.
- 4.) **Stacionárius áramok** (áramsűrűségek) mágneses tere. A vektorpotenciál, mértéktranszformáció. Áramjárta vezetők mágneses tere, a Biot-Savart-törvény. A mágneses dipólus és mágneses tere.
- 5.) **Az elektromágneses tér energiája**. Energia-mérleg egyenlet és a Poynting-vektor. Az impulzus-mérleg egyenlet és a Maxwell-féle feszültség tenzor. Az elektromágneses tér energiája anyagi közeg jelenléte esetén.
- 6.) Vezető felületekből álló elrendezés elektrosztatikus vizsgálata. **Kapacitás** együtthatók, potenciál együtthatók. Áramhurkokból álló stacionárius rendszer vizsgálata. Az **indukciós** együtthatók.
- 7.) **Elektromágneses hullámok** vákuumban. Az elektromágneses síkhullám szerkezete. Energia és impulzus transzport (Poynting vektor). Az inhomogén elektromágneses hullámegyenletek. Lorentz-mérték. A skalár és a vektorpotenciálra vonatkozó inhomogén hullámegyenlet integrál alakban való megoldása. Avanzsált és retardált potenciálok.
- 8.) Az elektromos **dipólus sugárzása**. A **Hertz-dipólus** és a **Hertz-vektor** bevezetésének az előnyei. A Hertz-féle inhomogén hullámegyenlet és a megoldása. Pontszerű dipólus hullámtere. A kisugárzott átlagteljesítmény. A Larmor-formula.
- 9.) Elektromágneses **hullámok anyagi közegben**. Hullámterjedés lineáris nem mágneses anyagokban. Rossz és jó vezető anyagok optikai tulajdonságai, a behatolási mélység.
- 10.) A Galilei-féle relativitási elv és a Galilei-transzformáció. Az Einstein-féle relativitási elv és a Lorentz-transzformáció. A „négyes kalkulus” szerepe és jelentősége a speciális relativitás elméletben. Nevezetes invariáns skalárok. A kinematika négyesvektorai, sebességösszeadás. A négyeserő. A négyes impulzusvektor. A Newton-mozgásegyenlet általánosítása, kovariáns mechanika. A „nulladik komponens” és a „tömeg-energia ekvivalencia”.
- 11.) A **Maxwell-egyenletek kovariáns alakban**. Négyespotenciál, térerősség tenzor, mértékinvariancia. A kontinuitási egyenlet. Az **inhomogén hullámegyenlet** kovariáns alakban. Az elektromos térerősség (hármás) vektor és a mágneses indukció (hármás) vektor transzformációja. Egyenletes sebességgel mozgó töltés elektromágneses tere.

KÉPLETGYŰJTEMÉNY

$$\Phi = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx = \frac{1}{4\pi r} \quad \Phi'' = -m^2 \Phi \quad \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{d\Theta}{d\vartheta} \right) + \left(A - \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta} \right) \Theta = 0$$

$$P_l^{|m|}(\cos \vartheta) = (\sin \vartheta)^m \frac{\partial^{|m|}}{\partial (\cos \vartheta)^{|m|}} P_l(\cos \vartheta) \quad \int_{-1}^{+1} P_l(z) P_m(z) dz = \frac{2}{2l+1} \delta_{lm}$$

$$\nabla(\Psi \nabla \Psi) = (\nabla \Psi)^2 + \Psi \Delta \Psi \quad Q' = Q \frac{R}{D} \quad t = \frac{R^2}{D} \quad \Phi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{\bar{p} \vec{r}}{r^3} = -\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \bar{p} \nabla \frac{1}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{3(\bar{p} \vec{r}) \vec{r} - \bar{p} r^2}{r^5} \right] \quad \sigma = \frac{nq^2 \tau}{m} \quad \rho(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, 0) \cdot \exp \left\{ -\frac{\sigma}{\epsilon_0} t \right\}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \vec{E} = -\nabla \Phi - \dot{\vec{A}} \quad \vec{A}' = \vec{A} + \nabla \chi \quad \Phi' = \Phi - \dot{\chi}$$

$$\nabla \vec{A} + \frac{1}{c^2} \dot{\Phi} = 0 \quad \Delta \chi - \frac{1}{c^2} \ddot{\chi} = 0$$

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j} \quad \Delta G = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \quad \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{r}' \times \vec{j} dV' \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3} \quad \partial_t w + \nabla \vec{S} = -\vec{j} \vec{E} \quad \partial_t (w + W) + \nabla \vec{S} = 0$$

$$\partial_t \left(\frac{1}{c^2} S_i \right) - \partial_j T_{ij}^M = -f \quad T_{ij}^e = \epsilon_0 \left(E_i E_j - \frac{1}{2} E^2 \delta_{ij} \right) \quad T_{ij}^m = \frac{1}{\mu_0} \left(B_i B_j - \frac{1}{2} B^2 \delta_{ij} \right)$$

$$\vec{S} = \vec{g} c^2 \quad \int_V (\vec{P} + \vec{g}) dV = \text{állandó} \quad W^e = \frac{1}{2} \Phi_j Q_j \quad Q_i = c_{ij} \Phi_j \quad \Phi_i = p_{ij} Q_j$$

$$F_k \delta_k = -\frac{1}{2} Q_j d\Phi_j = +\frac{1}{2} \Phi_j dQ_j \quad W^m = \frac{1}{2} I_j \Psi_j \quad \Psi_i = L_{ij} I_j$$

$$F_k \delta_k = -\frac{1}{2} \Psi_j dI_j = +\frac{1}{2} I_j d\Psi_j \quad \langle \vec{S} \rangle_T = \text{Re} \frac{1}{2\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}^* \quad \nabla \vec{A} + \frac{1}{c^2} \dot{\Phi} = 0$$

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{A}} = -\mu_0 \vec{j} \quad \Delta \Phi - \frac{1}{c^2} \ddot{\Phi} = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (\Delta - k^2) \tilde{\Psi} = -\tilde{f}$$

$$(\Delta - k^2) \cdot G_k(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad G_k = \frac{1}{4\pi R} \exp[\pm ikR] \quad \Psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{f(\vec{r}', [t])}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

$$\vec{A} = \frac{1}{c^2} \dot{\vec{Z}} \quad \Phi = -\nabla \vec{Z} \quad \rho = -\nabla \vec{P}_H \quad \vec{j} = \dot{\vec{P}}_H \quad \Delta \vec{Z} - \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{Z}} = -\frac{1}{\epsilon_0} \vec{P}_H$$

$$\vec{Z}' = \vec{Z} + \nabla \zeta \quad \Delta \zeta - \frac{1}{c^2} \ddot{\zeta} = \text{állandó} \quad \vec{E} = \nabla \times (\nabla \times \vec{Z}) \quad \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} (\nabla \times \vec{Z})$$

$$\vec{Z} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{[\vec{p}]}{r} \quad \nabla \cdot [\vec{a}] = -\frac{1}{c} \vec{e}_r \cdot [\vec{a}] \quad \nabla \times [\vec{a}] = -\frac{1}{c} \vec{e}_r \times [\vec{a}] \quad \vec{E} = c \vec{B} \times \vec{e}_r$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{\vec{e}_r \times [\ddot{\vec{p}}]}{r} \quad \mathbf{P} = \frac{d}{dt} \mathbf{E} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c^3} [\ddot{\vec{p}}^2] \quad \langle \mathbf{P} \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3}$$

$$\Delta \vec{E} = \mu_0 \epsilon \ddot{\vec{E}} + \mu_0 \sigma \dot{\vec{E}} \quad \Delta \vec{E} + (\omega^2 \mu_0 \epsilon + i\omega \mu_0 \sigma) \vec{E} = 0 \quad \vec{E} = \vec{E}_0 \exp\{i\vec{k}\vec{r} - \omega t\}$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\epsilon_r + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right) \quad \sqrt{x+iy} = u+iv \rightarrow u = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{2}} \quad v = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2+y^2}-x}{2}}$$

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \quad r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \quad \sigma_R = \sigma_T \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2}$$

$$n' = 1 - \frac{Ne^2}{4m\epsilon_0\omega_0} \cdot \frac{\omega - \omega_0}{(\omega - \omega_0)^2 + 4\alpha^2} \quad n'' = \frac{Ne^2}{8m\epsilon_0\omega_0^2} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + 4\alpha^2}$$

$$\vec{P}(\omega) = \frac{Ne^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} \vec{E}(\omega) \quad \vec{P}(\omega) = \epsilon_0 \cdot \chi(\omega) \cdot \vec{E}(\omega)$$

$$\chi(t-t') = \begin{cases} = 0 & \text{ha } t < t' \\ \neq 0 & \text{ha } t > t' \end{cases} \quad \tilde{\omega} \equiv \pm\omega_0 + i\frac{\Gamma}{2}$$

$$\chi(\omega) = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\left(\tilde{\omega} + \omega_0 + i\frac{\Gamma}{2}\right)\left(\tilde{\omega} - \omega_0 + i\frac{\Gamma}{2}\right)} \quad \chi(t) = -\frac{Ne^2}{m} \cdot \exp\left\{-\frac{\Gamma}{2}t\right\} \cdot \sin \omega_0 t$$

$$\text{Re}\{\chi(\omega)\} = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{Im}\{\chi(\omega')\}}{\omega' - \omega} d\omega' \quad \text{Im}\{\chi(\omega)\} = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{Re}\{\chi(\omega')\}}{\omega' - \omega} d\omega'$$

$$\beta \equiv \frac{u}{c} \quad \Gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \alpha_i' \equiv \begin{bmatrix} \Gamma & -\beta\Gamma & 0 & 0 \\ -\beta\Gamma & \Gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$F_{ij} \equiv \begin{bmatrix} 0 & +E_x/c & +E_y/c & +E_z/c \\ -E_x/c & 0 & -B_z & +B_y \\ -E_y/c & +B_z & 0 & -B_x \\ -E_z/c & -B_y & +B_x & 0 \end{bmatrix} \quad F_{ij} = \partial_i A_j - \partial_j A_i \quad G^{ij} = \frac{1}{2} \epsilon^{ijkl} F_{kl}$$

$$\partial_i \equiv \frac{\partial}{\partial x^i} \quad K^i \equiv qu_j F^{ij} \quad \partial_i A^i = 0 \quad \partial_j \partial^j A^i = \mu_0 j^i$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \gamma \frac{x-vt}{[\gamma^2(x-vt)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \quad E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \gamma \frac{y}{[\gamma^2(x-vt)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}}$$

$$E' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} E \quad B' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} B \quad \omega' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \omega$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{P} + \vec{g}) - \nabla T^M = 0 \quad \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E}_k + w) + \nabla \vec{S} = 0 \quad \partial_i T^{ij} = 0$$

$$T^{ij} \equiv \begin{bmatrix} w & \frac{S_x}{c} & \frac{S_y}{c} & \frac{S_z}{c} \\ c g_x & -T_{xx}^M & -T_{xy}^M & -T_{xz}^M \\ c g_y & -T_{yx}^M & -T_{yy}^M & -T_{yz}^M \\ c g_z & -T_{zx}^M & -T_{zy}^M & -T_{zz}^M \end{bmatrix} \quad T^{ij} = \frac{1}{\mu_0} \left(g^{il} F_{lk} F^{kj} + \frac{1}{4} g^{ij} F_{lk} F^{lk} \right)$$

$$K^i = \partial_j T^{ij} \quad K^i \equiv \left(\frac{\gamma}{c} \vec{F} \vec{v}, \gamma \vec{F} \right) \quad K^j u_j = 0$$