

Wacha András

Kvázisztatikus határeset
Kritikus állapot
Couette-teszt

2006. november 9.

Kváziszztatikus határeset

Dimenziótlan paraméterek

- Effektív súrlódási tényező:

$$\mu_{eff} = \frac{\tau}{P}$$

- Skálázott nyírési ráta:

$$I = \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{P/\rho}} = \frac{T_P}{T_\gamma}$$

- Tipikus deformációs időskála:

$$T_\gamma = \frac{1}{\dot{\gamma}}$$

- Bezárási időskála (confinement timescale):

$$T_P = d \sqrt{\frac{\rho}{P}}$$

Folyási tartományok

Az átmenetet I vezérli



- Kvázisztatikus
 - a szemcsék tehetetlensége elhanyagolható
 - plasztikus modellek
- Sűrű tehetetlenségi
 - Kontaktushálózat még megvan, de a szemcsék mozgása már nem elhanyagolható
- Ütközéses
 - „gázszerű”: a részecskék távol egymástól
 - kölcsönhatás: kétrészecske-ütközések
 - kinetikus elméletek

A kvázisztatikus határeset

- $l \rightarrow 0$ limesz
- könnyen előállítható olyan esetekben, amikor a deformációt szabályozzuk (síkok közti nyírás, Couette-teszt, folyás lejtőn)
- Sebességprofilok:
 - lokalizált nyírási sávok a falak közelében, néhány részecske vastagságban (De: síkok közti nyírásakor lineáris: ?)
 - alakjuk nem függ a nyírási rátától
- Az áramlások nem időállóak (két időskála)

Időskálák

- A makroszkopikus időskála (T_Y) a nyíráshoz van csatolva
- Másik időskála: T_P , a normális feszültséghez (bezáró nyomáshoz)
- $T_P \ll T_Y$
- gyors újrendeződések, lassú áthelyeződések

Kritikus állapot

Radjai, F. and Roux, S. (2004). *Contact Dynamics Study of 2D Granular Media: Critical States and Relevant Internal Variables In The Physics of Granular Media*, pages 165-187, Weinheim. Wiley-VCH

Kritikus állapot

- Kiindulási probléma
 - mikro \rightarrow makro áttérés
 - „jó” belső változók keresése
- Cél
 - feszültség-deformáció összefüggés vizsgálata

Kritikus állapot

- Szimulációs körülmények
 - 2D korongok szűk méreteloszlással
 - tökéletesen rugalmatlan ütközés
 - súrlódási együttható: 0.5
 - periodikus határfeltétel (a faleffektusok kiküszöbölésére)

„Makroszkopikus” kinematika

- Sebességmező:
- Deformációtenzor időderiváltja:
- Kumulált nyírási deformáció:
- Tágulási szög:
- Súrlódási szög (feszültséghányados):

$$\dot{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} Dx + (\gamma - R)y \\ Dy + (\gamma + R)x \end{pmatrix}$$

$$\dot{\epsilon} = \begin{pmatrix} D & \gamma \\ \gamma & D \end{pmatrix}$$

$$\epsilon = \int \gamma dt$$

$$\tan \psi = \frac{2D}{\gamma}$$

$$\sin \phi = q / p$$

p: a feszültségtenzor diagonális komponense

q: a feszültségtenzor nyírási komponense

Mikro- és makro leírások közti összefüggés

- Az irodalomban sokféle választás

Egymást érintő szemcsék középpontjait összekötő zárt hurok

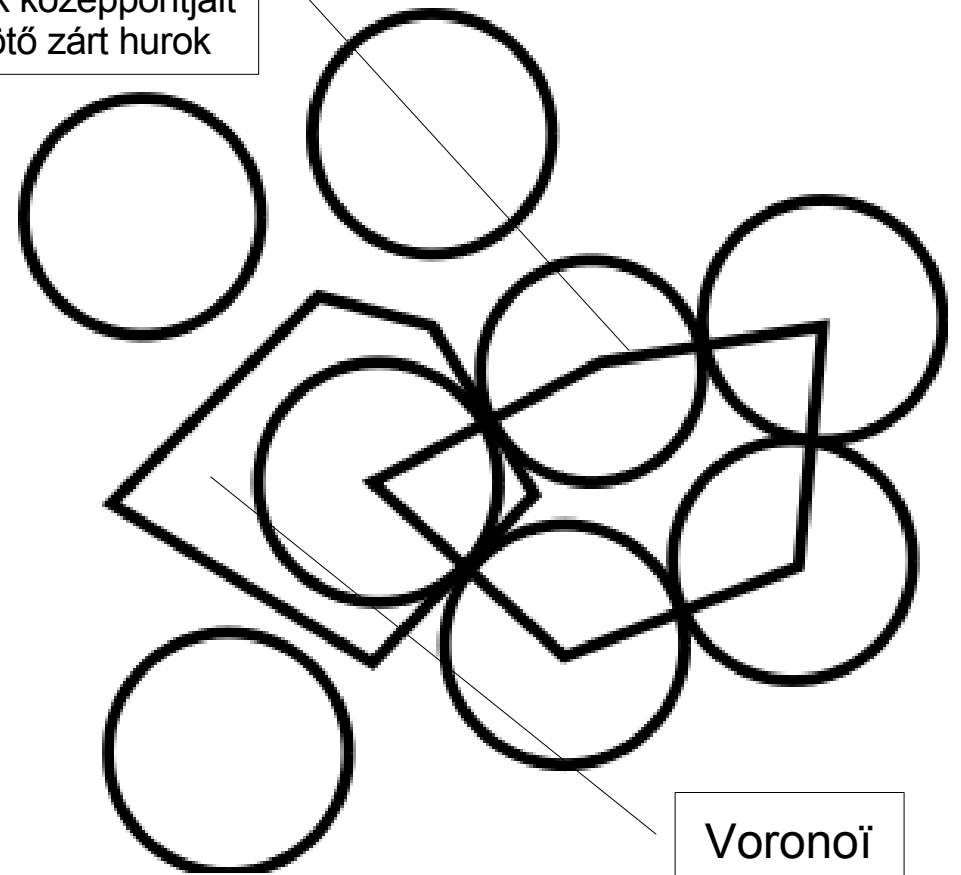
- Ugyanaz a makroszkopikus leírás adódik

- Feszültségtenzor:

$$\epsilon = \frac{1}{2A} \int_{\partial\Sigma} (\vec{n} \times \vec{u} + \vec{u} \times \vec{n}) dS$$

- Deformációtenzor:

$$\sigma = \frac{r}{A} \sum_i \left(\vec{n}^{(i)} \times \vec{f}^{(i)} + \vec{f}^{(i)} \times \vec{n}^{(i)} \right)$$



Voronoi cella

Skalár belső változók

- A rendszert jellemző kevés számú mennyiség
- Skalár paraméterek:
 - térfogati hányad: ρ
 - (átlagos) koordinációs szám: z
 - változékony (pl. tetszőlegesen kicsi dilatáció esetén eltűnhet)
 - a rendszer mechanikai tulajdonságait jól jellemzi
 - Nagyméretű mintánál vagy nagy és lassan változó deformációnál a két mennyiség között összefüggés nyerhető.

Magasabb rendű belső változók

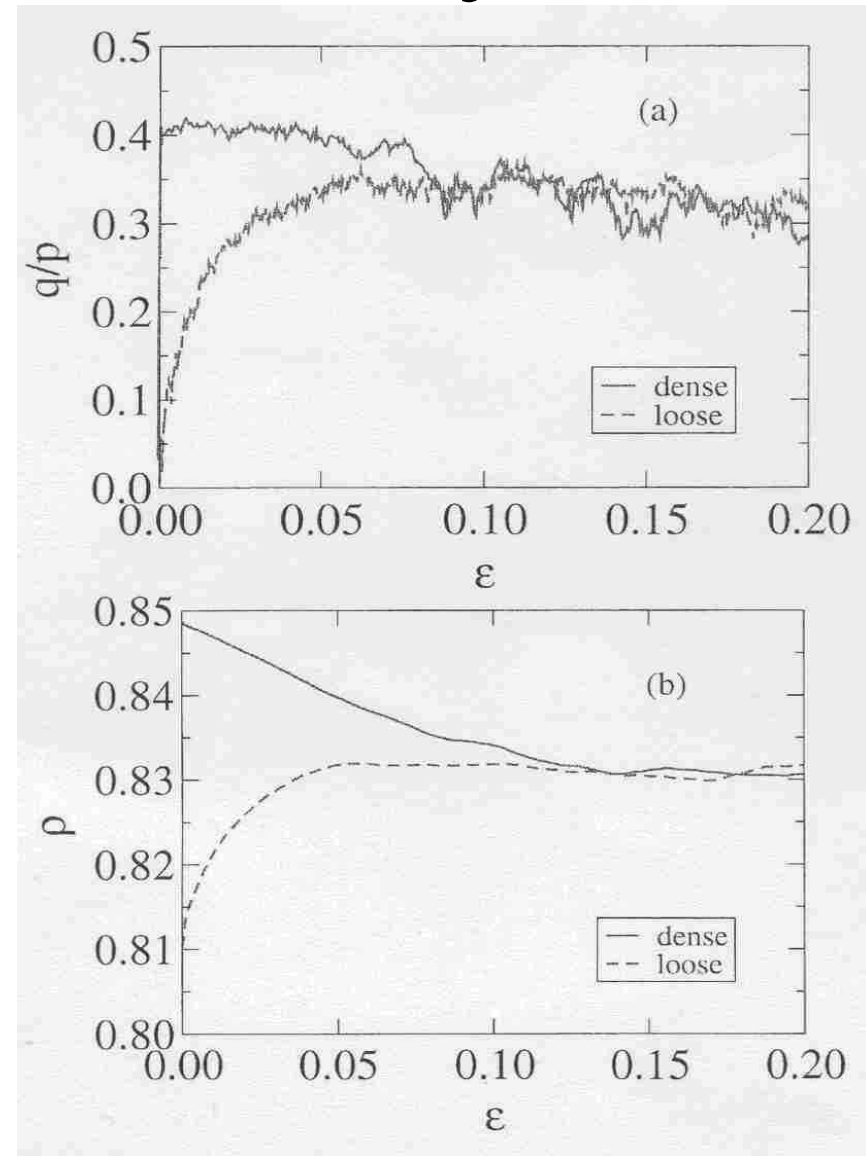
- Szerkezeti tenzor (Fabric tensor): $\mathbf{F} = \langle \vec{n} \circ \vec{n} \rangle$
- Normálása:
 - kontaktusokkal
 - részecskeszámmal (ekkor $tr(\mathbf{F})=z$)
- Ekvivalens bevezetése kontaktusorientációk eloszlásából:
$$P(\theta) = \frac{1}{\pi} [1 + a \cos(2\theta - 2\theta_F) + \dots]$$
 - az első főtengely iránya: θ_F
 - a deviációs (nyírási) komponens: $(a/2)tr(\mathbf{F})$

Numerikus eredmények

- Mennyiségek jellemzése:
 - Feszültség: feszültséghányados
 - Deformáció:
 - szerkezeti tenzor (θ_F, a)
 - Koordinációs szám (z)
- Abszcissza: kumulált nyírási deformáció (ε)

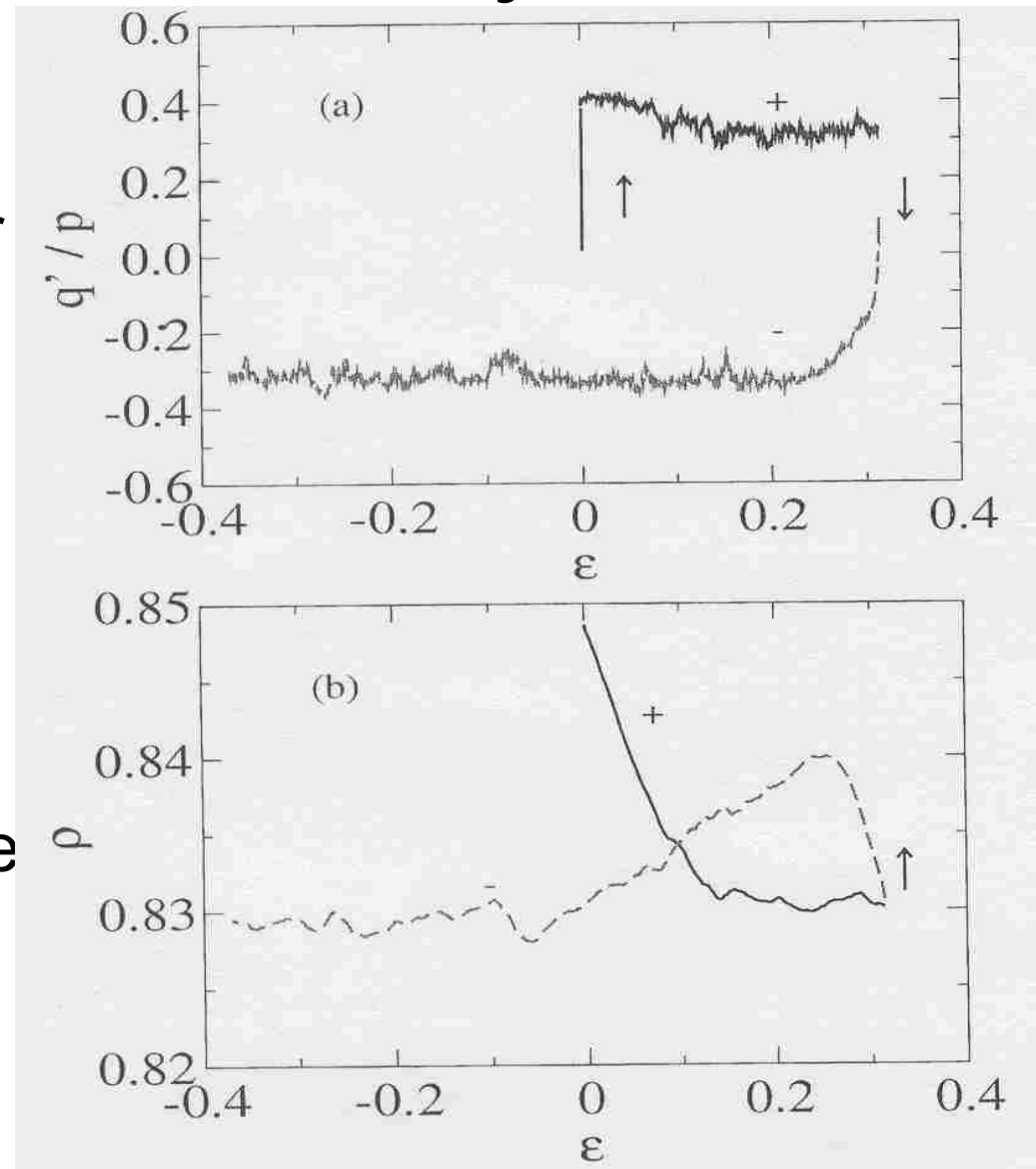
Numerikus eredmények

- A mechanikai viselkedés erősen függ a preparációtól
- Hosszú nyírás után előélettől független állapotok kialakulása (kritikus állapotok)



Numerikus eredmények

- A kritikus állapotok nem írhatóak le egyetlen, skalár paraméterrel (különben a nyírás iránya nem volna fontos)
- Demonstráció: fordított terhelés
- Előjeles feszültségarány: a feszültségtenzor főtengelye megfordul
- Különbség a feszültségarány és térfogati hányad esetén



Kezdetben sűrű pakolású minta „előjeles” q/p aránya és térfogati hányada a kumulált nyírási deformáció függvényében egyszerű (+) és fordított (-) nyírás esetén

Feszültség-deformáció kapcsolat

- Láttuk: kezdetben izotróp rendszerben q/p a nyírási deformációval növekszik (keményedés)
- Nincs kezdeti elasztikus szakasz
- Sűrűn pakolt rendszer: nyírási felpuhulás
- Kezdetben laza pakolás: q/p lassú emelkedése
- Ciklikus terhelés
 - elég nagy deformáció esetén kritikus állapotok közti ugrások, tranziensekkel.
 - ha túl kicsi a deformáció: nincs kritikus állapot

Összegzés

- Kontaktdinamika, biperiodikus határfeltétel: plasztikus jellemzők (folyási határ, folyás, keményedés) vizsgálata
- Egyéb szimulációk: feszültség-deformáció viszony
 - különböző terhelés
 - különböző kezdeti feltételek (szerkezet)
- Több kritikus állapot van

Couette teszt

GDR_MiDi. *On dense granular flows*. Eur. Phys. J. E **14**. pp 341-365 (2004).

A kísérleti összeállítás

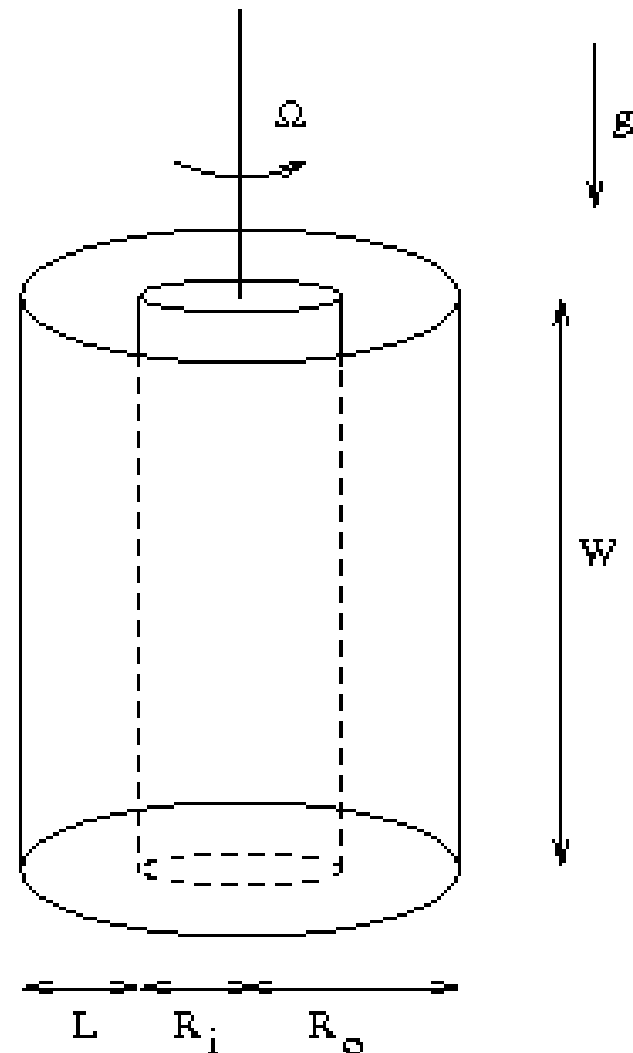
- Folyadékok reológiájának klasszikus vizsgálati módszere

- Sebesség a belső falnál:

$$V_w = \Omega R_i$$

- Karakterisztikus nyírási ráta:

$$\dot{\gamma}_w = V_w / d$$

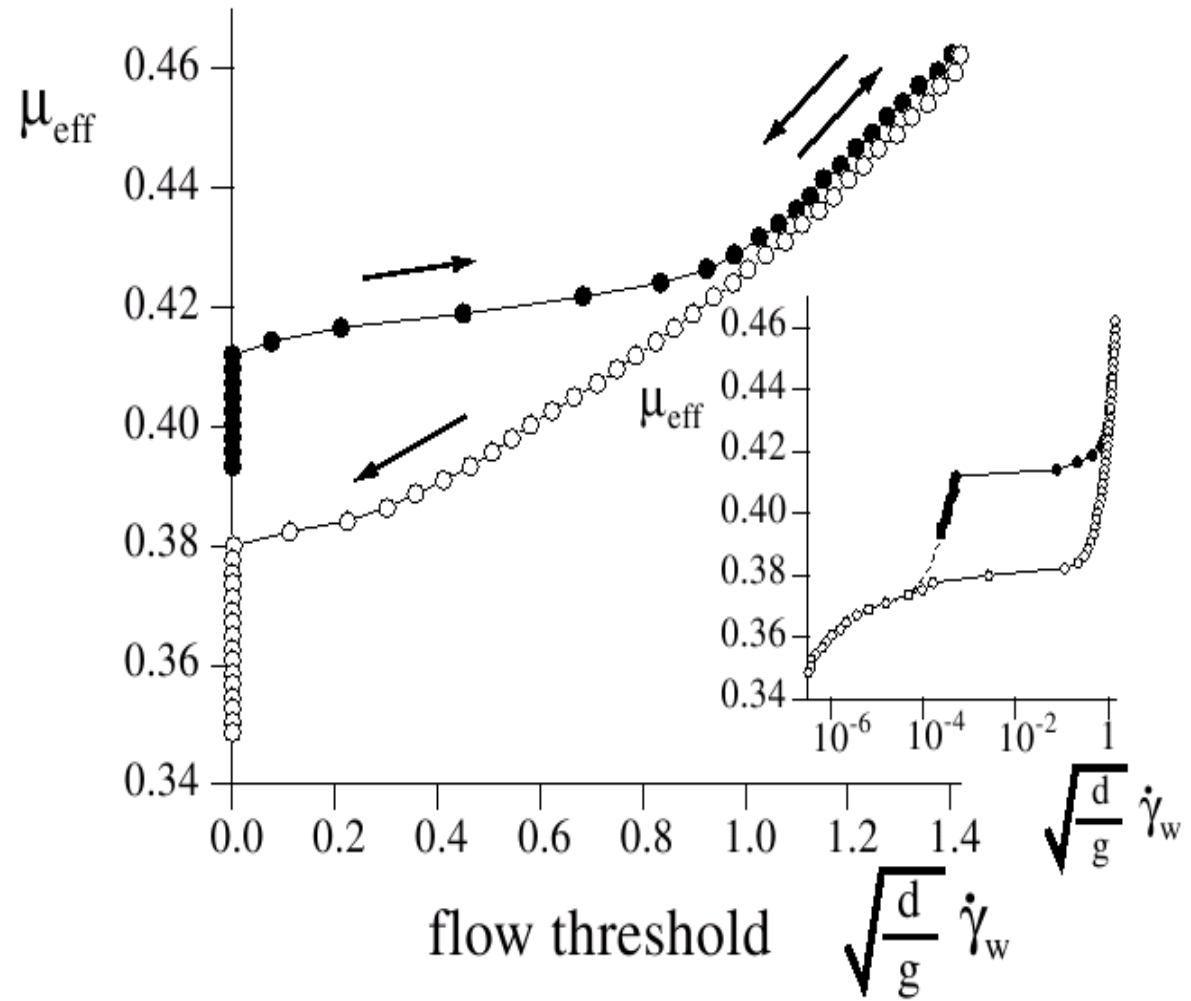


Első tapasztalatok

- A nyírás a fal mentén pár réteg vastagságig történik
- Nyomáseloszlás z irányban: hidrosztatikai
- A falnál a súrlódás merőleges a gravitációra, ezért Janssen effektus nem lép fel
- Nyírási feszültség: $\tau_W = 1 / (y + R_i)^2$
- Kísérletek:
 - a belső henger forgatása állandó szögsebességgel
 - a belső henger forgatása állandó forgatónyomatékkal

Folyási határok

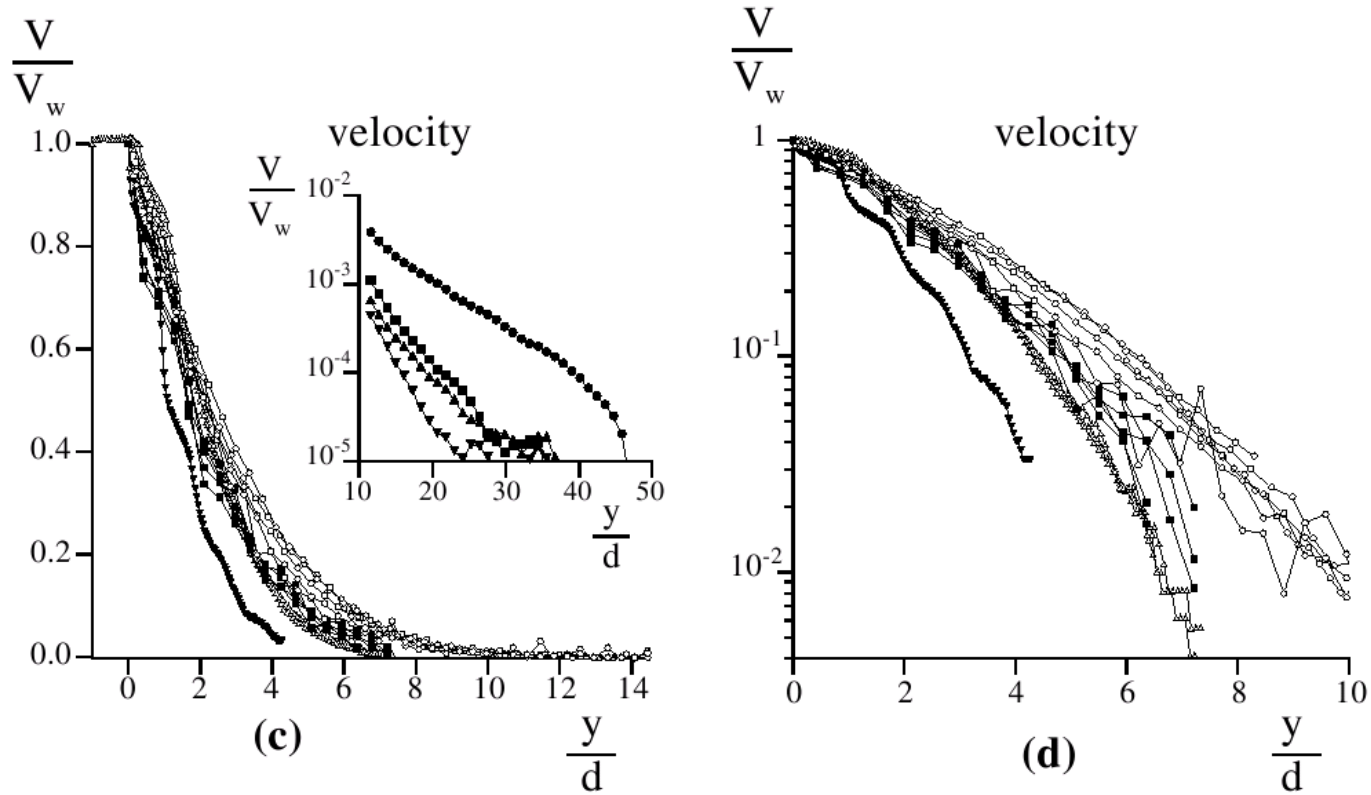
- Erős hiszterézis tapasztalható



Kinematikai jellemzők mérése

- A különböző profilok mérési helyei:
 - szabad felületen
 - alsó zárólapon (üvegablakkal)
 - fél magasságban (MRI, XT)

Sebességprofilok



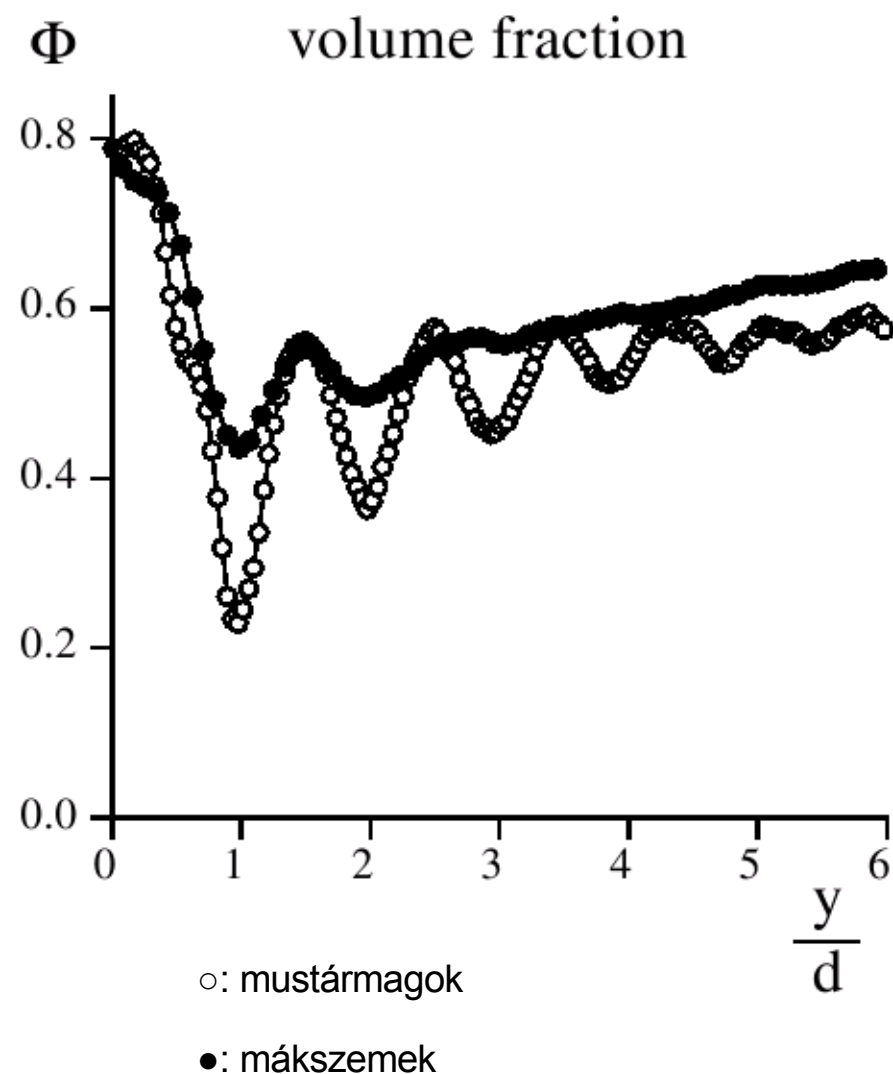
- Három mérés dimenziótlan sebességprofiljai

Sebességprofilok

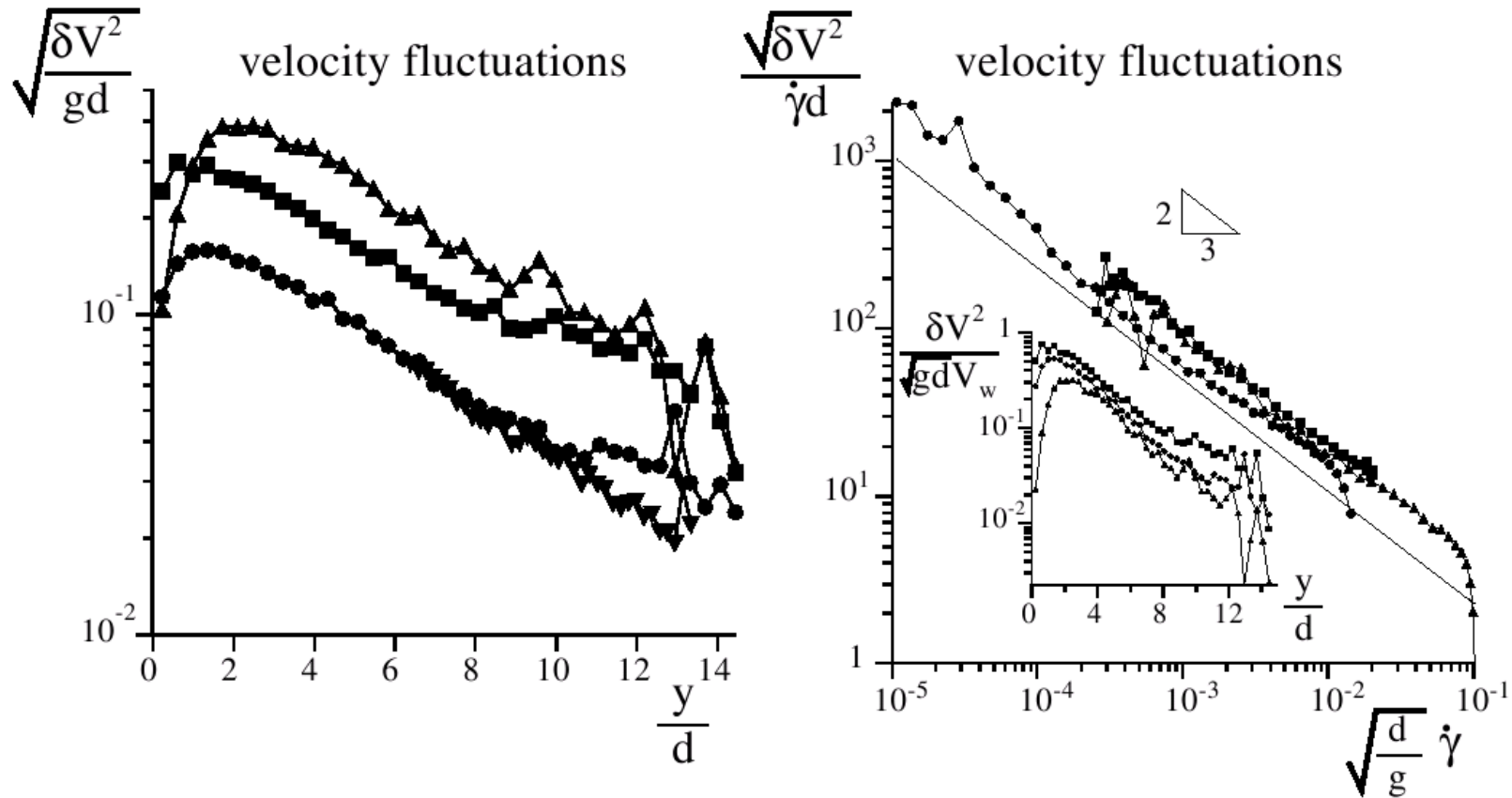
- A nyírás a mozgó falhoz van lokalizálva ~5 szemcse vastagságban
- Az alak független a nyírási rátától
- Gauss és exponenciális illesztési próbálkozások
 - exponenciálisnál gyorsabb
 - fal közelében Gauss
 - a lefutás szór
 - a folyás tranziens fázisában a faltól távol exponenciális lecsengés (folyamatos lokalizálódás)

Térfogati hányad-profilok

- A mozgó faltól való távolsággal növekszik
- Rétegződés: kerekesebb „látványosabb”



Sebességfluktuáció-profilok



- A mozgó faltól való távolsággal exponenciálisan csökken, egy karakterisztikus távolság után
- A karakterisztikus távolság független a nyírási rátától
- A fluktuációk tipikus szintje emelkedik a nyírási rátával: $\delta V^2 \propto V_w^1$
- Az exponens numerikusan is kihozható

Köszönöm a figyelmet!